

Matemáticas

Autoevaluación

Este examen tiene dos partes. La primera, corresponde a *precálculo* e incluye los conocimientos de matemáticas correspondientes a la preparatoria. La segunda parte contiene el material que debe ser aprendido durante los estudios de licenciatura. Es conveniente resolver cada una de las dos partes, en días diferentes. Al final de cada uno de los exámenes, se incluyen las respuestas correctas y las instrucciones para calificar el examen.

PARTE 1. Tiempo de autoevaluación: 1 hora. Este tipo de examen evalúa los conocimientos de nivel preparatoria y se aplica a los estudiantes que desean ingresar a los programas de licenciatura en los Estados Unidos. Consta de 50 preguntas y debe responderse en exactamente 1 hora, sin ayuda de ningún libro y utilizando una calculadora científica, lápiz y papel.

La calificación máxima de la primera parte, es de 50. Para un alumno que pretende ingresar a una licenciatura relacionada con matemáticas, una calificación por arriba de 42 es considerada sobresaliente, y por encima de 33 es considerada como buena. Si obtuviste una calificación por encima de 42, ¡felicidades! puedes continuar con la siguiente etapa de evaluación. Si tu calificación estuvo entre 33 y 41, se te recomienda que revises los contenidos de tus cursos de preparatoria, poniendo especial interés en los temas en los que tuviste errores. Si obtuviste menos de 33, se te recomienda no proseguir a la segunda parte de la evaluación, hasta que seas capaz de resolver, con ayuda de tus libros, TODAS las preguntas de esta sección del examen.

PARTE 2. Tiempo de autoevaluación: 2 horas y 50 minutos. Una vez que domines el contenido de la sección de *precálculo*, puedes proceder a la segunda parte de la autoevaluación. Es importante que resuelvas el examen en una sola sesión, sin exceder el tiempo límite y siguiendo las instrucciones, con objeto de que tengas una evaluación objetiva de tu nivel de manejo de las matemáticas.

Después de que finalices el examen, es importante que detectes tus áreas con problemas de matemáticas y que intentes resolver el mayor número de problemas, con ayuda de tus libros y a lo largo de varios días. Si eres capaz de resolver la mayor parte de este examen, aunque te ayudes de tus libros, entonces tienes los conocimientos matemáticos necesarios, para poder ingresar al posgrado. Para prepararte, puedes consultar los libros para la preparación del GRE (preparados por el *Graduate Record Examinations* de los Estados Unidos).

Se te recomienda que pospongas tu solicitud de ingreso al posgrado hasta que cuentes con el nivel requerido de matemáticas, ya que de otra forma, las posibilidades de concluirlo exitosamente serían muy bajas.

Autoexamen No. 1

Primera parte: precálculo

Tiempo de respuesta: 1 hora

Instrucciones. No comiences el examen a menos de que cuentes con una calculadora científica. Si deseas autoevaluarte correctamente, es importante que NO sobrepases el tiempo estipulado. Los dibujos no están necesariamente a escala.

1. Si $2a + 3 = 6$, then $\frac{3}{4a + 6} =$

- (A) 1/4
- (B) 1/2
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 3

- (A) $2x+3$
- (B) $2x+4$
- (C) $3x+1$
- (D) $3x+2$
- (E) $3x+3$

2. ¿Cuál es el promedio aritmético de $4x-2$, $x+2$, $2x+3$ y $x+1$?

- (A) $2x-1$
- (B) $2x$
- (C) $2x+1$
- (D) $2x+4$
- (E) $8x+4$

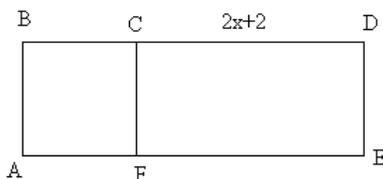
3. Si $4^{2x+2} = 64$, entonces $x =$

- (A) $\frac{1}{2}$
- (B) 1
- (C) $\frac{3}{2}$
- (D) 2
- (E) $\frac{5}{2}$

4. ¿Cuál es el entero positivo más pequeño, que es divisible por 2 y 5 y que deja un residuo de 2, cuando se divide por 7.

- (A) 20
- (B) 30
- (C) 50
- (D) 65
- (E) 75

5. En la siguiente figura, el área del rectángulo CDEF es el doble del área del rectángulo ABCF. Si $CD=2x+2$, ¿cuál es la longitud de AE, en términos de x ?



6. Si $2y^2 + x - 4 = 0$ y $\frac{x}{2} = y^2$,

entonces $x =$

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

7. ¿Si una impresora láser imprime x páginas por minuto, ¿en cuántos minutos imprimirá un documento de 100 páginas?

- (A) $100x$
- (B) $100-x$
- (C) $100+x$
- (D) $x/100$
- (E) $100/x$

8. En la siguiente tabla, $f(x)$ es una función lineal. ¿Cuál es el valor de k ?

x	$f(x)$
0	-4
1	-1
2	2
3	k
4	8

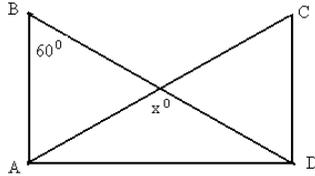
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

9. Susana utiliza el 30 por ciento de su salario mensual para pagar la renta y 50 por ciento de lo que le sobra para pagar comida y transporte. Si gasta \$5250 en comida y transporte, ¿cuánto paga de renta?

- (A) \$4000
- (B) \$4500
- (C) \$5000

- (D) \$5500
(E) \$6000

10. En la siguiente figura, si los triángulos congruentes ABD y DCA comparten el lado AD, entonces $x =$ (en grados)



- (A) 90
(B) 100
(C) 110
(D) 120
(E) 130
11. Si $\frac{x+1}{2} + \frac{4x-1}{4} = 5.5$, entonces $x =$

- (A) 2.5
(B) 3.0
(C) 3.5
(D) 4.0
(E) 4.5

12. Si $a \downarrow b = \sqrt[b]{a}$, entonces $10 \downarrow 3 =$
- (A) 1.12
(B) 1.69
(C) 2.15
(D) 2.71
(E) 4.5

13. ¿Cuál de los siguientes pares ordenados de número es la solución de las ecuaciones $2y + x = 5$ y $-2y + x = 9$?

- (A) (-7,-1)
(B) (-1,7)
(C) (7,-1)
(D) (-7,1)
(E) (1,7)

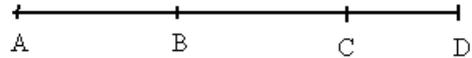
14. ¿Cuál es el conjunto de soluciones para la ecuación $|2x - 3| = 13$

- (A) {-8}
(B) {-5}
(C) {-5,-8}
(D) {-5,8}
(E) {5,-8}

15. $\frac{6!}{2!3!} =$

- (A) 1
(B) 6
(C) 15
(D) 30
(E) 60

16. En la figura siguiente, la longitud de AC es 3 veces la longitud de CD. Si B es el punto medio de AC, y la longitud de CD es 5, ¿cuál es la longitud de BD?

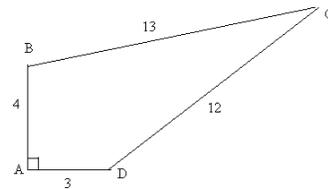


- (A) 10
(B) 12.5
(C) 13.5
(D) 15
(E) 17.5

17. ¿Cuál de las siguientes líneas es paralela a $y = -2x + 3$ e intercepta el eje y en 4?

- (A) $y = -2x + 4$
(B) $y = -2x - 4$
(C) $y = 2x - 4$
(D) $y = 2x + 4$
(E) $y = \frac{1}{2}x + 4$

18. En la siguiente figura, el área del cuadrilátero ABCD es



- (A) 32
(B) 33
(C) 34
(D) 35
(E) 36

19. Si $f(x) = x^2 + x$, y $g(x) = \sqrt{x}$, entonces $f(g(3)) =$

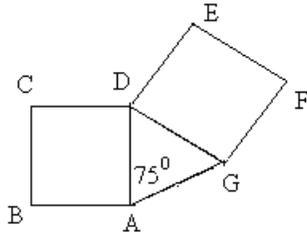
- (A) 1.73

- (B) 3.46
- (C) 4.73
- (D) 7.34
- (E) 12.00

20. En una compañía de software, el costo C de desarrollar y producir un programa depende de x , el número de copias producidas, de acuerdo con la ecuación $C = 30,000 + 2x$. La ganancia total de la compañía, R , se relaciona con el número x de copias producidas, por la ecuación $R = 6x - 10,000$. ¿Cuántas copias debe producir la compañía para que la ganancia de la compañía sea igual al costo?

- (A) 5,000
- (B) 6,000
- (C) 7,500
- (D) 9,000
- (E) 10,000

21. Si los dos cuadrados de la figura son idénticos, ¿cuánto mide el ángulo ADE ?



- (A) 120
- (B) 135
- (C) 150
- (D) 165
- (E) 175

22. Los puntos $A(\sqrt{2}, 4)$, $B(6, -\sqrt{3})$ y C , son colineales. Si B es el punto medio del segmento AC , ¿Cuál es el valor aproximado de las coordenadas de C ?

- (A) (3.71, 1.13)
- (B) (3.71, 5.73)
- (C) (7.41, -7.46)
- (D) (10.59, -7.46)
- (E) (10.59, 5.73)

23. ¿Cuál es el conjunto de soluciones de la ecuación $4 + x^2 = 2x^2 - 5$?

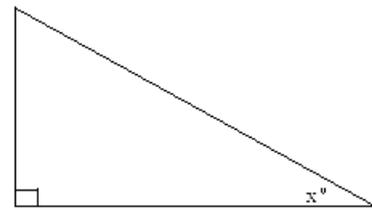
- (A) $\{x : x = 3\}$

- (B) $\{x : x = -3\}$
- (C) $\{x : x = \pm 3\}$
- (D) $\{x : x = -1\}$
- (E) $\{x : x = 1\}$

24. ¿Cuál de los siguientes tripletes pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo?

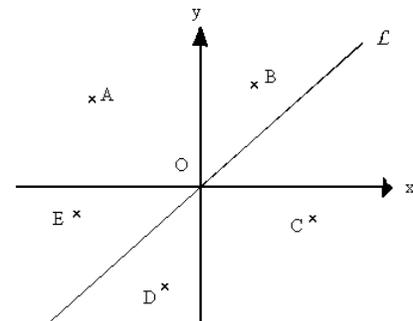
- (A) 2,3,5
- (B) 1,4,2
- (C) 7,4,4
- (D) 5,6,12
- (E) 9,20,8

25. En la siguiente figura, si $\sin x = 0.500$, ¿cuál es el valor de $\tan x$?



- (A) 0.577
- (B) 0.707
- (C) 1.000
- (D) 1.155
- (E) 2.000

26. En la siguiente figura, si la línea \mathcal{L} tiene una pendiente de 1 y pasa a través del origen, ¿cuál de los siguientes puntos tiene coordenadas (x,y) tales que $x/y > 1$?



- (A) A
- (B) B
- (C) C
- (D) D
- (E) E

27. En un examen de química, el promedio matemático de calificaciones de 5 estudiantes fue 83, donde las calificaciones van de 0 a 100. Si el profesor decide aumentar dos puntos la calificación de los alumnos y ninguno de ellos obtuvo más de 98, ¿cuál de las siguientes oraciones es cierta?

- I. Después de aumentar los dos puntos, el promedio será 85
- II. Cuando las calificaciones son aumentadas, la diferencia entre las calificaciones mayores y menores aumenta.
- III. Después del aumento, las cinco calificaciones son mayores o iguales a 25

- (A) únicamente I
- (B) únicamente II
- (C) únicamente I y II
- (D) únicamente I y III
- (E) I, II y III

28. Si $a > b$ y $c > d$, ¿cuál de los siguientes debe ser cierto?

- (A) $ac > bd$
- (B) $a + b > c + d$
- (C) $a + c > b + d$
- (D) $a - b > c - d$
- (E) $ad > bc$

29. $1 - 2\sin^2 \theta - 2\cos^2 \theta =$

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1
- (E) 2

30. Panchita sale de su casa y, para llegar a su oficina, maneja hacia el sur 30 km, después viaja hacia el oeste por 60 km y finalmente hacia el norte por 10 millas. ¿cuál es la distancia aproximada, en línea recta, de su casa a su oficina?

- (A) 63
- (B) 67
- (C) 71
- (D) 75
- (E) 80

31. Si $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = (x-1)^{-1}$ y $x \neq 1$, entonces $f(x)g(x) =$

- (A) $2x + 1$
- (B) $x + 1$
- (C) $x - 1$
- (D) $x^3 - 1$
- (E) $2x - 1$

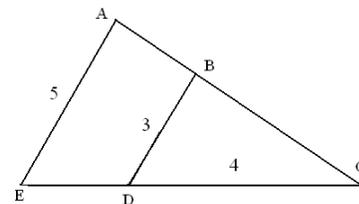
32. Si un tanque de agua vacío, que tiene dimensiones de 100 cm, 20 cm y 40 cm, va a ser llenado utilizando una cubeta cilíndrica con un radio de 9 cm y altura de 20cm, ¿cuántas cubetas de agua se necesitarán aproximadamente, para llenar el tanque?

- (A) 14
- (B) 16
- (C) 18
- (D) 20
- (E) 22

33. Juanita está haciendo su horario para las primeras 4 horas de su día. Ella debe cursar: cálculo, arte, literatura y física, y las cuatro asignaturas se ofrecen en los cuatro horarios. ¿Cuántos horarios diferentes puede escoger?

- (A) 1
- (B) 4
- (C) 12
- (D) 24
- (E) 120

34. En la siguiente figura AE es paralelo a BD . ¿Cuál es la longitud de DE ?



- (A) 2.33
- (B) 2.67
- (C) 3.33
- (D) 3.67
- (E) 6.67

35. Si $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, ¿cuál es su dominio?

- (A) Todos los números reales
- (B) Toda x tal que $x \geq 2$
- (C) Toda x tal que $x \leq -2$
- (D) Toda x tal que $-2 \leq x \leq 2$
- (E) Toda x tal que $x \leq -2$ ó $x \geq 2$

36. ¿Cuál es el área de un triángulo de vértices (1,1), (3,1) y (5,7)?

- (A) 6
- (B) 7
- (C) 9
- (D) 10
- (E) 12

37. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es equivalente a $-2(x+5) < -4$?

- (A) $x > -3$
- (B) $x < -3$
- (C) $x > 3$
- (D) $x < 3$
- (E) $x > 7$

38. Si $i = \sqrt{-1}$, ¿para cuál de los valores de n la expresión $i^n + (-i)^n$ tiene un valor positivo

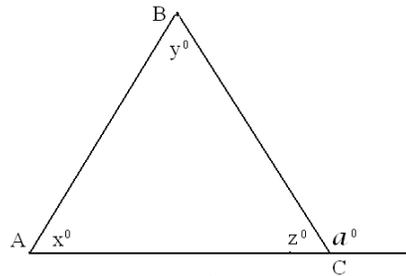
- (A) 23
- (B) 24
- (C) 25
- (D) 26
- (E) 27

39. El valor máximo de la función $f(x) = 1 - \cos x$ entre 0 y 2π es

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 1.5
- (D) 2
- (E) 2.5

40. En la siguiente figura, si $y > 60$ y $AB=BC$, ¿cuál de las siguientes oraciones es correcta?

- I. $a + y = 180$
- II. $y > z$
- III. $a = y + z$



- (A) Únicamente I
- (B) Únicamente II
- (C) Únicamente III
- (D) I y II
- (E) II y III

41. Si $f(x) = \frac{1}{x}$, y $0 < x < 1$, ¿cuál es el rango de $f(x)$?

- (A) Todos los números reales
- (B) Todos los números reales entre 0 y 1.
- (C) Todos los números reales, mayores que cero.
- (D) Todos los números reales mayores que 1.
- (E) Todos los números reales mayores o iguales a 1.

42. Dos esferas idénticas, de radio 6, se intersectan de manera que la distancia entre sus centros es 10. Los puntos de intersección de las dos esferas forman un círculo. ¿Cuál es el área de este círculo?

- (A) 5π
- (B) 6π
- (C) 8π
- (D) 10π
- (E) 11π

43. Si al dividir $x^3 + 2x^2 - x - k$, por $x - 2$, obtenemos un remanente de 4, ¿cuál es el valor de k ?

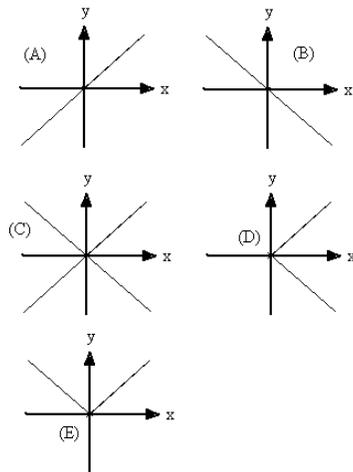
- (A) 4
- (B) 6
- (C) 10
- (D) 12
- (E) 14

44. El Sr. López tiene una empresa que incluye \$500,000 en inventario, y \$750,000 en efectivo. Si él desea tener el 80% en efectivo, ¿cuántos dólares de inventario debe vender?

- (A) 100,000
- (B) 150,000
- (C) 20,000
- (D) 25,000
- (E) 30,000

45. Una esfera de radio 5 tiene el mismo volumen que un cubo cuyos lados tienen longitud
- (A) 5.00
 - (B) 5.50
 - (C) 6.24
 - (D) 8.06
 - (E) 9.27

46. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la ecuación $x^2 = y^2$?



47. Si el punto A(3,5) pertenece a un círculo, y el centro de ese círculo es el origen, ¿cuál de los siguientes puntos cae fuera del círculo?

- (A) (1.0, 6.0)
- (B) (1.5, 5.5)
- (C) (2.5, 4.5)
- (D) (4.0, 4.0)
- (E) (5.0, 3.0)

48. Si $f(x) = 3x - 1$, n representa la pendiente de la línea descrita con la ecuación $y = f^{-1}(x)$, y p representa la pendiente de una línea que es perpendicular a la línea cuya ecuación es $y = f(x)$, entonces

$np =$

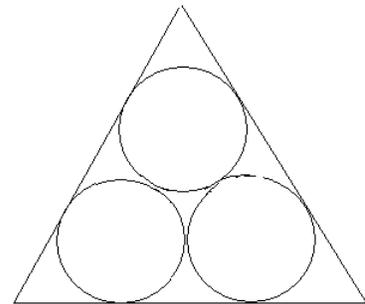
- (A) -9
- (B) -1/9
- (C) 1/9
- (D) 9

- (E) No se puede determinar a partir de esta información.

49. ¿Cuántos puntos (x,y) , ambos con valores enteros positivos, contiene la parábola cuya ecuación es $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 7
- (D) 8
- (E) Un número infinito

50. En la siguiente figura, cada uno de los tres círculos es tangente a los otros 2, y cada lado del triángulo equilátero es tangente a dos de los círculos. Si la longitud de un lado del triángulo es x , ¿cuál es el radio de uno de los círculos



- (A) $\frac{x}{1 + 2\sqrt{3}}$
- (B) $\frac{x}{2 + 2\sqrt{3}}$
- (C) $\frac{x}{1 + \sqrt{3}}$
- (D) $\frac{2x}{1 + \sqrt{3}}$
- (E) $\frac{2x}{1 + 2\sqrt{3}}$

¡ALTO!!

Si terminaste antes de que termine el tiempo, puedes revisar tu examen.

Este tipo de examen evalúa los conocimientos de nivel preparatoria y se aplica a los estudiantes que desean ingresar a los programas de licenciatura en los Estados Unidos. Es muy importante resolverlo en, exactamente, una hora.

RESPUESTAS

1. A	11. C	21. A	31. B	41. D
2. C	12. C	22. D	32. B	42. E
3. A	13. C	23. C	33. D	43. C
4. B	14. D	24. C	34. B	44. D
5. E	15. E	25. A	35. E	45. D
6. B	16. B	26. E	36. A	46. C
7. E	17. A	27. D	37. A	47. A
8. C	18. E	28. C	38. B	48. B
9. B	19. C	29. B	39. D	49. A
10. D	20. E	30. A	40. E	50. B

Cuenta el número de preguntas que contestaste correctamente y el número de preguntas que contestaste erróneamente; no cuentes las preguntas que no contestaste. Al número de respuestas correctas, réstale el número de respuestas incorrectas multiplicado por .25

No. respuestas
correctas

No. respuestas
incorrectas

Calificación

- 0.25 x

=

La calificación máxima es de 50. Una calificación por encima de 42 es considerada sobresaliente, y por encima de 33 es considerada como buena, para un alumno que recién terminó sus estudios de preparatoria.

Este examen evalúa los conocimientos de nivel preparatoria.

Si obtuviste una calificación por encima de 33, puedes continuar con la siguiente etapa de evaluación. Si tu calificación es menor a 33, es importante que revises los contenidos de tus cursos de preparatoria.

No se te recomienda que solicites admisión al posgrado de Física de Materiales si tienes deficiencias severas en Matemáticas.

Autoexamen

Segunda parte: Matemáticas

Instrucciones. 66 preguntas. Tiempo de resolución: 2 horas y 50 minutos. Puedes utilizar una calculadora científica, lápiz y papel. Resuélvelo en una sola sesión. Al final del examen se incluye la clave para evaluar el resultado.

1. Evalúa $\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \sqrt{x^2 + 2x} - x \right\}$.

- (A) 0
- (B) 1
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) 2
- (E) ∞

2. Encuentra la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n+1}}$.

[Sugerencia: recuerda que $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$,

para $x < 1$].

- (A) 1/12
- (B) 1/9
- (C) 1/6
- (D) 4/3
- (E) 1/3

3. Un rectángulo tiene lados a y b , con $a > b$. Una diagonal divide el rectángulo en dos triángulos. Un cuadrado, con lados paralelos a los del rectángulo, está inscrito en cada triángulo. Encuentra la distancia entre los vértices de los cuadrados que caen en el interior del rectángulo.

- (A) $\frac{(a-b)\sqrt{a^2+b^2}}{a+b}$
- (B) $\sqrt{a^2-b^2}$
- (C) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{ab}}$
- (D) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- (E) $\frac{(a-b)\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}$

4. El número de formas diferentes, sin contar las rotaciones, de sentar a 6 personas diferentes, en una mesa circular es

- (A) 720
- (B) 60
- (C) 360
- (D) 180
- (E) 120

5. En un modelo de decaimiento radioactivo, la razón de cambio de la masa M , satisface la ecuación diferencial $dM/dt = -M/10$. Si el valor inicial de la masa, es M_0 , encuentra el valor de M en términos de M_0 después de 20 unidades de tiempo.

- (A) $M_0/2$
- (B) $M_0/4$
- (C) $M_0/2e$
- (D) M_0/e
- (E) M_0/e^2

6. Sea

$$f(x) = x^{2n} - x^{2n-1} + \dots + x^4 - x^3 + x^2 - ax + b.$$

¿Cuáles valores de (a, b) aseguran que el eje- x sea tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$?

- (A) (1,1)
- (B) $(n, n-1)$
- (C) $(n-1, n)$
- (D) $(n+1, n)$
- (E) $(n, n+1)$

7. Encuentra el valor máximo de $f(x) = 5 \sin 7x + 12 \cos 7x$.

- (A) 12
 (B) 5
 (C) 7
 (D) 17
 (E) 13
8. En un programa de cómputo, diferentes loops con diferentes índices producen M y N operaciones, respectivamente. Si estas rutinas están inmersas en otro loop, con índice independiente, que produce P operaciones. Calcula el número total de operaciones representadas por los tres loops.

- (A) P^{M+N}
 (B) $(M + N)^P$
 (C) $P(M + N)$
 (D) $P^M + P^N$
 (E) $M^P + N^P$

9. La serie de Taylor para $g(x)$ está dada por

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \text{ y } f(x) = [g(x)]^3, \text{ encuentra } f''(0).$$

- (A) $3a_0(2a_1^2 + a_0a_2)$
 (B) $6a_0(a_1^2 + a_0a_2)$
 (C) $3a_0(2a_1 + a_0a_2)$
 (D) $6a_0(a_1 + a_0a_1)$
 (E) Ninguna de las anteriores

10. Si $f(x) = x/(1-x)$, encuentra $f(f(f(x)))$.

- (A) $\frac{x^3}{1-x^3}$
 (B) $\frac{3x}{3-x}$
 (C) $\frac{x}{3-x}$
 (D) $\frac{3x}{1-3x}$
 (E) $\frac{x}{1-3x}$

11. Evalúa la integral definida $\int_0^a \frac{x^2 + b^2}{x^2 + a^2} dx$.

- (A) $\frac{((4-\pi)a + \pi b^2)}{4a}$
 (B) $4a^2 + \pi(b^2 - a^2)$
 (C) $\frac{((2-\pi)a + \pi b^2)}{2a}$
 (D) $a + (b^2 - a^2) \ln 2$
 (E) $(4-\pi) \frac{a}{4} + \frac{\pi b^2}{4a}$

12. Sea $f(x, y) = x^3 - axy + y^2 - x$. Encuentra el valor más bajo posible de a , de manera que $f(x, y)$ tenga un mínimo relativo.

- (A) 0
 (B) $\sqrt{48}$
 (C) 12
 (D) 6
 (E) No existe

13. Una función $f(x)$ es diferenciablemente redundante de orden n , si su derivada enésima satisface $f^{(n)}(x) = f(x)$, pero $f^{(k)}(x) \neq f(x)$ para $k < n$. Por ejemplo, e^x es de orden 1, e^{-x} es de orden 2 y $\cos(x)$ es de orden 4. ¿Cuál de las siguientes funciones es diferenciablemente redundante de orden 6?

- (A) $e^{-x} + e^{\frac{-x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3x}}{2}\right)$
 (B) $e^{-x} + \cos(x)$
 (C) $e^{\frac{x}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3x}}{2}\right)$
 (D) Funciones (A) y (C)
 (E) Funciones (A), (B) y (C)

14. Encuentra el residuo que resulta de dividir 3^{20} , por 7.

- (A) 1
 (B) 2

- (C) 3
(D) 4
(E) 5
15. Para cuantos coeficientes reales diferentes, a , el sistema de ecuaciones $y = ax^2 + 2$, y $x = ay^2 + 2$ admite una solución con $y = 1$.
- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

16. ¿Para qué valor de k , x^k es solución de la ecuación diferencial E: p. 79, 102
 $x^2 y'' - 3xy' - 4y = 0$
- (A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1
(E) Ninguno de las anteriores

17. ¿Cuál de los siguientes, es un factor de $x^4 + 1$?
- (A) $x + 1$
(B) $x^2 + 1$
(C) $x^2 - \sqrt{2}x + 1$
(D) $x^2 + \sqrt{2}x - 1$
(E) Ninguno de los anteriores

18. La superficie descrita por $z = x^2 - y^2$ es cortada por el plano $y = 3x$, produciendo una curva en el plano. Encuentra la pendiente de esta curva, en el punto $(1, 3, -8)$
- (A) 3
(B) -16
(C) $-8\sqrt{\frac{2}{5}}$
(D) 0
(E) $\frac{18}{\sqrt{10}}$

19. Si A es una matriz $n \times n$, cuyos valores sobre la diagonal valen a , y el resto vale b , entonces uno de sus eigenvalores es $a - b$. Encuentra otro eigenvalor de A .

- (A) $b - a$
(B) $nb + a - b$
(C) $nb - a + b$
(D) 0
(E) Ninguno de los anteriores

20. En el Egipto antiguo, la fórmula

$$A = \left(\frac{8d}{9}\right)^2$$

era utilizada para calcular el

área de un círculo de diámetro d . Utilizando la razón correcta entre el volumen de una esfera y el área de un círculo, ¿cuál debería ser la fórmula egipcia para calcular volumen de una esfera?

- (A) $\frac{\pi d^3}{3}$
(B) $\left(\frac{8d}{9}\right)^3$
(C) $4\left(\frac{8d}{9}\right)^3$
(D) $\frac{2^8 \pi d^3}{3^5}$
(E) $\frac{2^7 d^3}{3^5}$

21. Encuentra k , de manera que la siguiente matriz tenga eigenvalor $\lambda = 1$.

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & 2 & k \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

[Recuerda que para $\lambda = 1$, necesitamos $|A - I| = 0$, donde I es la matriz identidad].

- (A) 1/2
(B) -1/2
(C) 0
(D) 1
(E) -1

22. Expresa z^{14} en la forma $a + ib$, para $z = \frac{(1+i)}{\sqrt{2}}$. [Sugerencia, utiliza la forma polar de z].

- (A) $-i$
 (B) -1
 (C) 1
 (D) i
 (E) $\frac{(1+i)}{128}$

23. ¿Cuál de las expresiones siguientes, es una solución aproximada de la ecuación $e^{\frac{-x}{100}} - e^{-x} = e^{-1}$?

- (A) $1 - \frac{1}{2} \ln 4$
 (B) $1 - \frac{1}{2} \ln 3$
 (C) $1 - \frac{1}{2} \ln 2$
 (D) -1
 (E) 0

24. Si $f(x) = \int_1^{x^2} \frac{dt}{1+t^3}$, entonces $f'(2)$ está dado por

- (A) $\frac{4}{65}$
 (B) $\frac{1}{9}$
 (C) $\ln\left(\frac{65}{2}\right)$
 (D) $\ln\left(\frac{9}{2}\right)$
 (E) 0.23

25. Si el sistema de ecuaciones $x^2 - y = a$ y $y - x = b$, tiene únicamente una solución para x . ¿cuál es su valor?
- (A) 0
 (B) 1

- (C) $\frac{3}{2}$
 (D) $-\frac{1}{2}$
 (E) $\frac{1}{2}$

26. Encuentra la longitud de una diagonal de un pentágono regular de lado 1.

- (A) $2 \cos \frac{\pi}{5}$
 (B) $\sqrt{2} \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$
 (C) $\sqrt{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right)$
 (D) $\sqrt{2}$
 (E) $\sqrt{2} + \sqrt{2 \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$

- 27.Cuál de las siguientes es solución de la ecuación diferencial $y'' = 2y' + 8y$?

- (A) $e^{2x} - e^{-4x}$
 (B) xe^{4x}
 (C) e^{2x}
 (D) $e^{4x} - e^{-2x}$
 (E) xe^{-2x}

28. Sea $f(x)$ una función definida y estrictamente creciente en el intervalo $(a, b]$. Encuentra el valor máximo de $g(x) = -f(x)$ en $(a, b]$.

- (A) $g(b)$
 (B) $f(b)$
 (C) $g(a)$
 (D) $f(a)$
 (E) No existe

29. Encuentra el número de permutaciones distinguibles de seis cubos de color si uno es rojo, dos son amarillos y tres son azules.
- (A) 360
 (B) 60

- (C) 720
(D) 120
(E) 240
30. Sea $f(x) = 4x^3 - x + 2$ en el intervalo cerrado $[-3, 3]$, tal que la pendiente de $f(x)$ en $x = c$ es igual a la pendiente de la línea secante en $[-3, 3]$.
- (A) 0
(B) 1
(C) $\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{3}$
(E) $\sqrt{6}$

31. Una familia de curvas es representada por la ecuación diferencial $yd x - xdy = 0$.
¿Cuál de las siguientes opciones describe de mejor manera a la familia de trayectorias ortogonales a esta familia de curvas?
- (A) Todas las parábolas con vértices en $(0,0)$
(B) Todas las hipérbolas con centros en $(0,0)$
(C) Todas las líneas a través de $(0,0)$
(D) Todos los círculos con centros en $(0,0)$
(E) Todas las líneas paralelas al eje y.

32. Encuentra la dirección en la que disminuye más rápidamente z , sobre la superficie $z = xy^2$, en el punto $(2, -1, 2)$.

- (A) $\hat{i} - 2\hat{j}$
(B) $\hat{i} - 4\hat{j}$
(C) $\frac{(\hat{i} - 4\hat{j})}{\sqrt{17}}$
(D) $-\hat{i} + 4\hat{j}$
(E) $\hat{i} + \hat{j}$

33. Encuentra el coeficiente del término x^2y^3 en la expansión binomial de $(x - 2y)^5$
- (A) -160
(B) 80
(C) -80
(D) 8
(E) -8

34. Una raíz del polinomio $x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, está dada por

- (A) -1
(B) $2 + \sqrt{2}i$
(C) $1 - \sqrt{8}i$
(D) $1 \pm i\sqrt{2}$
(E) 3

35. Sea $f(x) = ae^{-x^2} + bx \tan x - |x|$, con a y b constantes; si $f(7) = 5$, entonces cuánto vale $f(-7)$?

- (A) 5
(B) -5
(C) -2
(D) Indefinida
(E) No se puede determinar a partir de esta información

36. Una barra fija es colocada sobre dos soportes separados entre sí por una distancia de 20 pies. Si se colocan dos cubos sólidos, como se muestra en el diagrama. ¿cuánto del peso total será soportado por el sostén izquierdo?



- (A) 150
(B) 120
(C) 110
(D) 100
(E) Ninguno de los anteriores

37. Si la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge a L , ¿cuál

conclusión es válida para $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$?

- (A) Puede divergir
(B) Converge absolutamente
(C) Converge a $M < L$
(D) Converge a $M > L$
(E) Converge a L^2

38. Se dice que una matriz compleja M , es normal, si $MM^* = M^*M$, donde M^* es la transpuesta conjugada de M . ¿Cuál de las siguientes matrices es normal?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & i \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} i & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

39. Encuentra al conjunto de puntos (x, y) , tales que la suma de sus distancias a los puntos $(0,1)$ y $(1,0)$, sea igual a 2.

(A) $x^2 + xy + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$

(B) $3x^2 - 2xy + 3y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$

(C) $4x^2 - 2xy + 4y^2 - 2x - 2y = 0$

(D) $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 4x - 4y = 0$

(E) $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y + 4 = 0$

40. ¿Cuál de las siguientes expresiones es solución de la ecuación

$$u(x) = x + \int_0^x (t-u)u(t) dt ?$$

[Sugerencia: haz sustituciones sucesivas en el lado derecho de la ecuación].

(A) $\sin(x)$

(B) $x \cos(x)$

(C) $\ln(x+1)$

(D) xe^{-x}

(E) xe^x

41. La transformada de Laplace está definida

$$\text{como } \mathcal{L}[f(x)](p) = \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx .$$

Encuentra la transformada de Laplace de la

función

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \in (-\infty, 1) \\ 1 & \text{if } x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

(A) e^{-p}

(B) $\frac{1}{p}$

(C) $\frac{1}{e^{p-1}}$

(D) pe^p

(E) $\frac{1}{pe^p}$

42. Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definida por .

$$T(x, y) = \begin{bmatrix} 2x - y \\ x + 3y \end{bmatrix}$$

Encuentra T^* , la matriz adjunta de T .

(A) $\begin{bmatrix} 2x + y \\ -x + 3y \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} x + 2y \\ x - 3y \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2x + y \\ x - 3y \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} x/2 - y \\ -x + y/3 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 3x - y \\ x + 2y \end{bmatrix}$

43. El valor de $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$, es

(A) 1

(B) $\pi/2$

(C) 0

(D) $\pi/4$

(E) π

44. Encuentra el discriminante de la forma cuadrática

$$x^2 - y^2 + z^2 - 2xy + 4yz - 6xz$$

- (A) 25
- (B) 13
- (C) 0
- (D) 15
- (E) 19

45. El radio de curvatura de una función $f(x)$, en el punto x_0 , es el inverso de la curvatura

$$\kappa(x_0) = \frac{f''(x_0)}{\left\{1 + [f'(x_0)]^2\right\}^{3/2}}.$$

¿Cuál de los siguientes es el radio de curvatura de la función $f(x) = x + \frac{1}{x}$

en el punto $P(1, 2)$?

- (A) 1
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) 4
- (D) 2
- (E) $\frac{1}{2}$

46. El dominio de la función

$$f(x) = \int (x + 2x^2 + 3x^3 + \dots) dx, \text{ es}$$

- (A) $(-1, 1)$
- (B) $[-1, 1)$
- (C) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- (D) $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- (E) $(-1, 1]$

47. La solución de la

ecuación $x^2 y'' + 6xy' + 6y = 0$, para $x > 0$, está dada por

- (A) $c_1 x^3 - c_2 x^2$
- (B) $c_1 x + c_2 \ln x$
- (C) $\frac{c_1}{x^3} + \frac{c_2}{x^2}$
- (D) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$
- (E) $c_1 x \ln x + c_2 \ln x$

48. Encuentra el rotacional de

$$\vec{u} = xyz \hat{i} + yx^2 \hat{j} + yz \hat{k}$$

- (A) $xz \hat{i} + (x - yz) \hat{j} + 2y \hat{k}$
- (B) $(x - z) \hat{i} - yz \hat{j} + xyz \hat{k}$
- (C) $z \hat{i} + xy \hat{j} + (y^2 - xz) \hat{k}$
- (D) $xy \hat{i} - (z - y) \hat{j} + (xy - yz) \hat{k}$
- (E) $(xy - yz) \hat{i} - yz \hat{j} + x \hat{k}$

49. El inverso de la función $f(x) = \frac{x}{x-1}$ es

- (A) $\frac{x}{x+1}$
- (B) $\frac{x}{x-1}$
- (C) $1 + \frac{1}{x}$
- (D) $1 - \frac{1}{x}$
- (E) $\frac{x-1}{x+1}$

50. Encuentra la pendiente de la línea tangente a la elipse $2x^2 + y^2 + 30 = 8y - 12x$, en el punto (x_0, y_0) , para $x_0 = -2$ y $y_0 > 4$.

- (A) $1/\sqrt{2}$
- (B) $-\sqrt{2}$
- (C) 2
- (D) $1/2$
- (E) -2

51. Para las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix},$$

la matriz D es una combinación lineal $(aA + bB + cC)$ de A, B, C , donde a, b, c están dadas por

- (A) 1, 1, -1
- (B) 2, 1, -1
- (C) 2, 2, -2

- (D) 1,-2,1
(E) -1,1,-2

52. Suponiendo que una persona decida contestar las diez primeras preguntas de este examen, al azar, y que sus elecciones sean independientes, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona le “atine” a exactamente cinco respuestas?

- (A) $\frac{(63)4^6}{5^{10}}$
(B) $\frac{(65)4^6}{5^{10}}$
(C) $\frac{4^9}{5^{10}}$
(D) $\frac{(61)4^6}{5^{10}}$
(E) $\frac{(67)4^6}{5^{10}}$

53. Encuentra el Jacobiano de la transformación del plano $x - y$, al plano $u - v$, definido

por $u = f(x, y) = xe^{xy}$
 $v = g(x, y) = ye^{xy}$

- (A) $2xy e^{xy}$
(B) $(1 - x^2 y^2) e^{2xy}$
(C) $2e^{2xy}$
(D) $(2xy + 1) e^{2xy}$
(E) 0

54. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias es exacta?

- (A) $(x + e^y)dx + (xe^y - 2xye^y - x^2 y)dy = 0$
(B) $(ye^{xy} + \cos x)dx + (xe^{xy} + 1)dy = 0$
(C) $(\sin x \sin y + y^2)dx + (\cos x \cos y - 2xy)dy = 0$
(D) $(x^2 y - y^2)dx + (2 - xy)dy = 0$
(E) $(2x + 3y - 4)dx + (6x + 9y + 2)dy = 0$

55. Sea X , una variable aleatoria, discreta y distribuida uniformemente, con valores 1,2,3,4,5. La variancia de X es:

- (A) 1
(B) 2
(C) 3

- (D) 4
(E) Ninguna de las anteriores

56. Encuentra $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(e^x + e^{-x})}{2 - 3e^x}$

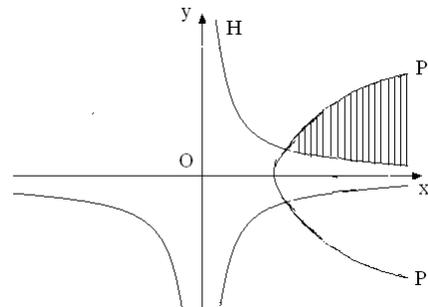
- (A) 0
(B) 1/2
(C) Indefinido
(D) -2
(E) -1/3

57. Encuentra el valor promedio de la función

$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ en el intervalo $[0, 2]$.

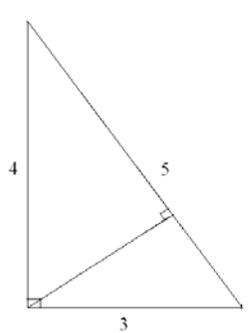
- (A) 1
(B) 3/2
(C) $\pi/4$
(D) $\pi/2$
(E) Ninguno de los anteriores

58. ¿Cuál colección de desigualdades representa la región sombreada que se muestra en el dibujo? Las curvas corresponden a las ecuaciones $y^2 = x - 1$ y $2xy = 1$.



- (A) $y^2 + 1 < x$ y $2x > \frac{1}{y}$
(B) $x < y^2 + 1$ ó $2x > \frac{1}{y}$
(C) $2x < \frac{1}{y}$ y $x - 1 > y^2$
(D) $2x < \frac{1}{y}$ ó $x - 1 < y^2$
(E) $2xy > 1$ y $y^2 + 1 > x$

59. Encuentra la razón entre las áreas de los dos triángulos más pequeños (área menor sobre área mayor)



- (A) $9/16$
 (B) $3/4$
 (C) $3/5$
 (D) $4/5$
 (E) 1
60. Si $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ y A^{-1} es su matriz inversa,

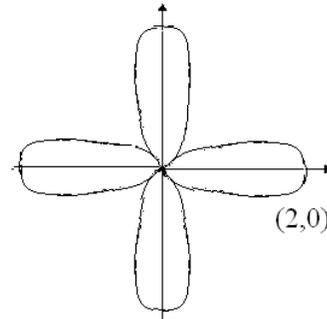
¿cuál es el determinante de A^{-1} ?

- (A) -2
 (B) -5
 (C) $1/5$
 (D) $-1/2$
 (E) 2
61. ¿Cuál es el valor de $5 \log_{15}(15x) - \log_{15} x^5$?
- (A) 5
 (B) $105x^2$
 (C) 105
 (D) $5 \log_{15} \frac{15}{x}$
 (E) $5 \log_{15} 4x$

62. ¿Cuál es el valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+h} - \sqrt{3}}{h}$?

- (A) 0
 (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) Indefinido
 (D) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 (E) ∞

63. ¿Cuál de las siguientes podría ser la ecuación que define la figura siguiente?



- (A) $r = 1 - 2 \sin 2\theta$
 (B) $r = 1 + 2 \sin 2\theta$
 (C) $r = 4 \cos 2\theta$
 (D) $r = 2 \sin 2\theta$
 (E) $r = 2 \cos 4\theta$
64. Un objeto tibio es colocado en un refrigerador especial. El cambio de temperatura del objeto, es proporcional (con constante de proporcionalidad k) a la diferencia entre su temperatura y la temperatura interna del refrigerador, que es de 0 grados centígrados. Después de una hora el objeto tiene una temperatura igual a la mitad de su temperatura inicial. ¿cuánto vale k ?
- (A) $\ln 2$
 (B) $1/2$
 (C) e^2
 (D) 2
 (E) Ninguna de las anteriores

65. Sean $\alpha_1 = (1, 0, 1)$, $\alpha_2 = (0, 1, -2)$ y $\alpha_3 = (-1, -1, 0)$, en \mathcal{R}^3 . Si $f(\alpha)$ es una función lineal en \mathcal{R}^3 , tal que $f(\alpha_1) = 1$, $f(\alpha_2) = -1$ y $f(\alpha_3) = 3$, y si $\alpha = (a, b, c)$, entonces $f(\alpha)$ puede ser expresado como:

- (A) $-4a - 7b + 3c$
 (B) $4a - 7b - 3c$
 (C) $3a - 6b - 3c$
 (D) $3a - 6b - 2c$
 (E) $4a - 7b + 3c$

66. ¿Cuál ecuación describe un plano que pasa por los puntos $(2,0,1)$, $(0,6,-2)$ y $(-2,3,1)$?

(A) $3x + 4y + 6z = 12$

(B) $2x + 2y - 3z = 9$

(C) $x + 2y + z = 9$

(D) $x + 2y - 3z = 7$

(E) $y - z = 4$

FIN

Ahora es momento de evaluar tu resultado.

RESPUESTAS

1. B	12. E	23. B	34. D	45. E	56. E
2. A	13. D	24. A	35. A	46. A	57. D
3. A	14. B	25. E	36. C	47. C	58. A
4. E	15. D	26. A	37. A	48. C	59. A
5. E	16. E	27. D	38. D	49. B	60. D
6. D	17. C	28. E	39. D	50. B	61. A
7. E	18. C	29. B	40. A	51. B	62. D
8. C	19. B	30. D	41. E	52. A	63. E
9. B	20. E	31. D	42. A	53. D	64. A
10. E	21. A	32. D	43. D	54. B	65. B
11. E	22. A	33. C	44. D	55. B	66. A

Cuenta el número de respuestas correctas y el número de preguntas incorrectas. Cada respuesta correcta te aporta un punto, cada respuesta incorrecta, te resta un cuarto de punto. Las preguntas no respondidas no cuentan.

No. respuestas
correctas

No. respuestas
incorrectas

Calificación

–

0.25 x

=

La calificación máxima es de 66. Una calificación de 45, te coloca en el 25% superior, mientras que una calificación de 32 te coloca en la media. Si obtienes una calificación inferior a 24 es muy importante que te dediques seriamente a elevar tu nivel de matemáticas.

No se te recomienda que solicites admisión al posgrado de Física de Materiales si tienes deficiencias severas en Matemáticas, ya que las posibilidades de éxito son escasas.